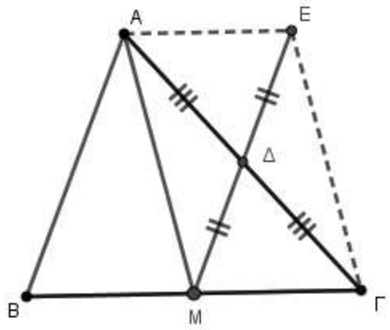
Έστω τρίγωνο ΑΒΓ, ΑΜ διάμεσός του στην πλευρά του ΒΓ, ΜΔ η διάμεσος στην πλευρά ΑΓ του τριγώνου ΑΜΓ και σημείο Ε στην προέκτασή της ΜΔ τέτοιο ώστε ΜΔ=ΔΕ.

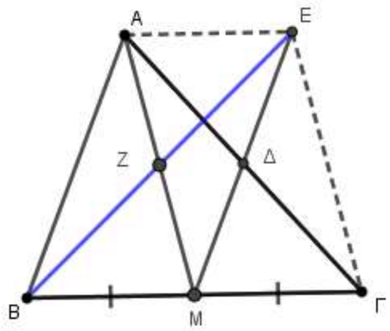
α)



Στο τετράπλευρο ΑΜΓΕ τα ΑΓ, ΜΕ είναι διαγώνιοί του.

Επειδή είναι ΜΔ = ΔΕ (υπόθεση) και ΑΔ = ΔΓ αφού η ΜΔ είναι διάμεσος του τριγώνου ΑΜΓ, έχουμε ότι στο τετράπλευρο ΑΜΓΕ οι διαγώνιοί του ΜΕ, ΑΓ διχοτομούνται στο Δ. Άρα, το τετράπλευρο ΑΜΓΕ είναι παραλληλόγραμμο με κέντρο το Δ.

β)



Επειδή το ΑΜΓΕ είναι παραλληλόγραμμο θα ισχύει ότι οι απέναντι πλευρές του θα είναι ίσες και παράλληλες, δηλαδή ΑΕ = ΜΓ και ΑΕ // ΜΓ.

Επειδή είναι ΑΕ // ΜΓ και τα σημεία Β, Μ, Γ είναι συνευθειακά, τότε θα είναι ΑΕ // ΒΜ.

Επειδή είναι ΑΕ = ΜΓ και ΜΓ = ΜΒ, αφού η ΑΜ είναι διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ (υπόθεση), τότε θα είναι ΑΕ = ΒΜ.

Οπότε, το τετράπλευρο ΑΕΜΒ είναι παραλληλόγραμμο γιατί έχει δυο απέναντι πλευρές του, τις ΑΕ και ΒΜ, παράλληλες και ίσες.

Άρα, οι διαγώνιοί του ΑΜ και ΒΕ θα διχοτομούνται και έστω Ζ το κέντρο του. Επομένως, η ΒΕ διέρχεται από το μέσο Ζ της ΑΜ.